CONTROLADORES PID

AJUSTE EN FRECUENCIA

Fernando Morilla García
Dpto. de Informática y Automática
ETSI de Informática, UNED

Madrid 8 de marzo de 2007

Contenido

REPASO A LOS TIPOS DE AJUSTE

AJUSTE EN EL DOMINIO EN FRECUENCIA

- Por MF, por MG

AJUSTE COMBINADO POR MF Y MG

AJUSTE POR MÁXIMO DE SENSIBILIDAD

AJUSTE CON GANANCIAS INDEPENDIENTES

EJEMPLOS CON SISO y CON PIDLoopShaping

1 Tipos de ajuste

¿Qué se entiende por prueba y error?

Modificaciones sucesivas de los parámetros de control hasta conseguir las especificaciones. (Ej. de procedimiento en pag. 10 y 11 Cap.1)

Se empleó en el intercambiador de calor. (Cap. 7 y primer seminario)

¿Qué inconvenientes presenta?

Sucesivas comprobaciones del comportamiento del sistema en lazo cerrado; NO permitidas en la planta real (por el coste en tiempo y el coste en la producción), SÍ posibles off-line (en simulación).

No hay certeza de poder conseguir las especificaciones.

¿Por qué se utiliza?

Porque hay personas muy experimentadas, con modelos empíricos del sistema de control (proceso+controlador)

Es complemento (ajuste fino) de otros procedimientos de ajuste.

1 Tipos de ajuste

Especialmente orientado al mundo industrial

Debido a la gran dificultad para obtener una descripción analítica del proceso.

¿En qué consiste el ajuste empírico?

Paso 1: Estimación de características dinámicas del proceso.

- Lazo abierto
- Lazo cerrado

Paso 2: Cálculo de parámetros de control (fórmulas de sintonía).

¿Qué ventaja presenta?

Suele ser una buena aproximación a la solución del problema de ajuste (sintonía).

1 Tipos de ajuste

¿Qué se entiende por ajuste analítico?

Procedimiento sistemático para la determinación de los parámetros de control. (Ej. El ajuste por asignación de polos Cap.4)

Particularizaciones de un método de diseño.

¿Qué características presentan?

Admiten un modelo genérico del proceso.

Ofrecen grados de libertad al usuario.

Se apoyan en herramientas de análisis y diseño clásicas.

Permiten alcanzar las especificaciones, sin necesidad de un posterior ajuste fino.

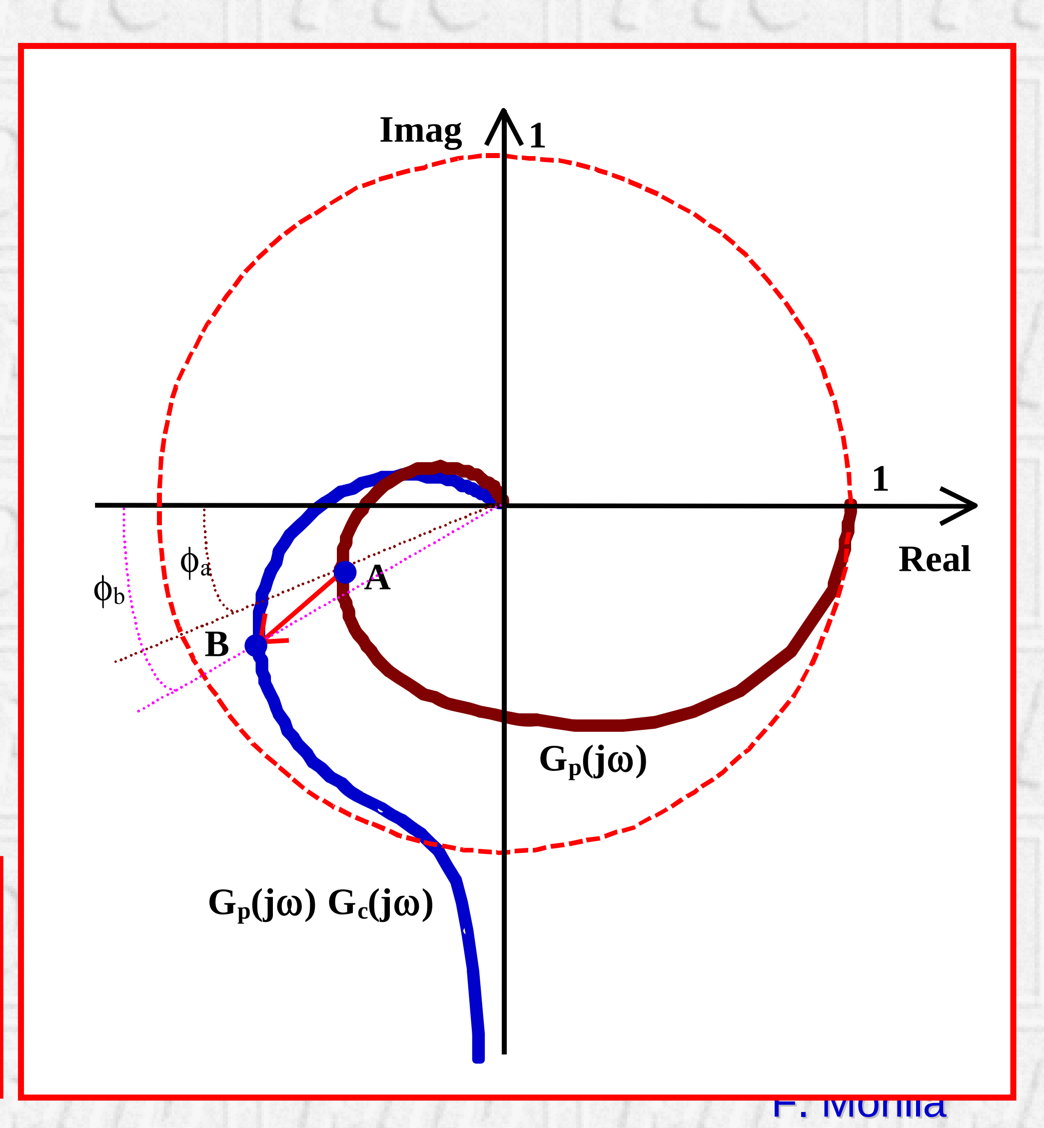
2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Es un ejemplo de Ajuste Analítico

Dados:

A (origen) y B (destino)

¿Qué parámetros de control permiten A→ B ?



Metodología para este tipo de ajuste (Morilla y Dormido, 2000)

2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Aström y Hägglund (1995)

Controladores PID no interactivos

$$G_C(s) = K_P\left(1 + \frac{1}{T_I\,s} + T_D\,s\right)$$

Cálculo de parámetros

$$K_P = \frac{r_b \cos\left(\phi_b - \phi_a\right)}{r_a}$$

$$T_I = \frac{1}{2\,\alpha\,\omega_a}\left(tg\,(\phi_b - \phi_a) + \sqrt{4\,\alpha + tg^2\,(\phi_b - \phi_a)}\right)$$

$$T_D = \alpha\;T_I$$

La razón $\alpha = T_D/T_I$ constituye un parámetro de diseño

F. Morilla

2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Justificación analítica

A (ω_a, r_a, ϕ_a) $\rightarrow$ **B (ω_a, r_b, ϕ_b)**

$$G_p(j\omega_a) = r_a\ e^{j(\phi_a - 180)}$$

$$L(j\omega_a) = r_b\ e^{j(\phi_b - 180)} = G_c(j\omega_a)\, G_p(j\omega_a)$$

$$r_b\ e^{j(\phi_b - 180)} = K_P \left(1 - j\frac{1}{\omega_a\ T_I} + j\,\omega_a\ \alpha\ T_I\right) r_a\ e^{j(\phi_a - 180)}$$

$$K_P + j\,K_P\left(\omega_a\ \alpha\ T_I - \frac{1}{\omega_a\ T_I}\right) = \frac{r_b}{r_a}\, e^{j(\phi_b - \phi_a)} = \frac{r_b}{r_a}\left(\cos\left(\phi_b - \phi_a\right) + j\,\mathrm{sen}\left(\phi_b - \phi_a\right)\right)$$

……………... ver desarrollo completo en el documento

2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

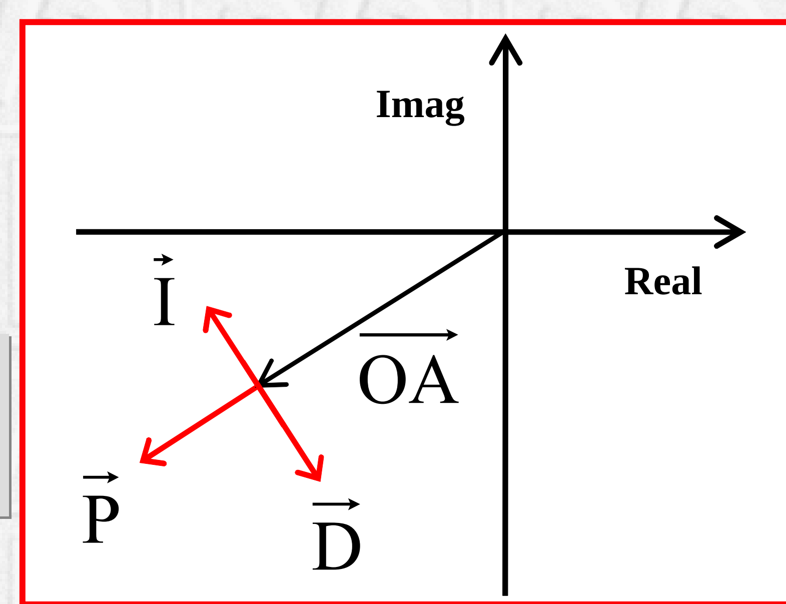
Justificación vectorial

A (ω_a, r_a, ϕ_a) $\rightarrow$ **B** (ω_a, r_b, ϕ_b)

$$G_p(j\omega_a) = \overrightarrow{OA}$$

x

$$G_c(j\omega_a) = K_P\left(1 - j\frac{1}{\omega_a T_I} + j\,\omega_a\,\alpha\,T_I\right) = \vec{P} + \vec{I} + \vec{D}$$

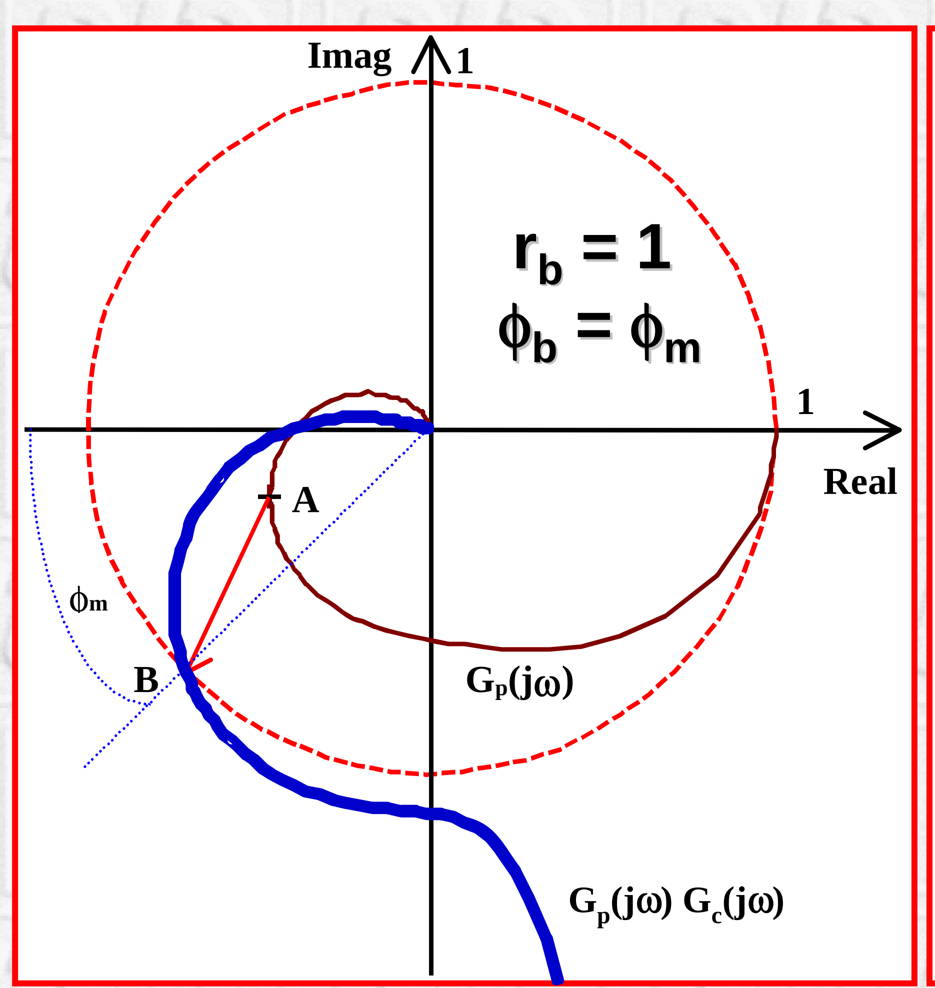


$$\vec{P} = (K_P\,, 0) \quad ; \quad \vec{I} = \left(0\,, -\frac{K_P}{\omega_a T_I}\right) \quad ; \quad \vec{D} = (0\,,\ K_P\,\omega_a\,\alpha\,T_I)$$

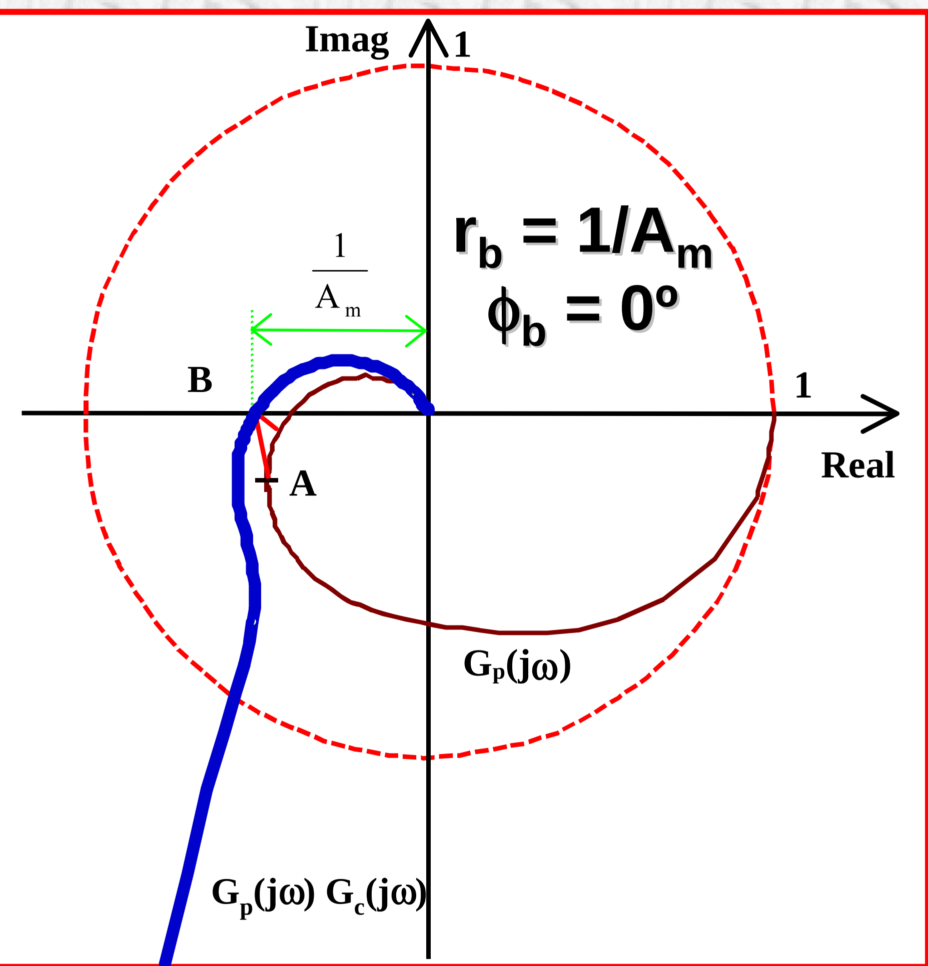
2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Incluye como casos particulares (Tabla 5-1)

Ajuste por margen de fase



Ajuste por margen de ganancia



2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Se puede particularizar para otros controladores

PI
$$T_I = -\frac{1}{\omega_a \, tg\left(\phi_b - \phi_a\right)}$$

PD
$$T_D = \frac{tg\left(\phi_b - \phi_a\right)}{\omega_a}$$

PID interactivo o paralelo =

= conversión (PID no interactivo)

PID con filtro derivativo ≅ PID

2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Casos interesantes

Caso 1: El punto A no se puede elegir sino que ya viene prefijado, por ejemplo porque proviene de una experiencia de oscilación mantenida y por tanto está situado en el eje real negativo, ¿cuáles son los posibles puntos destino B?

Caso 2: Conocida la función de transferencia $G_p(s)$ de un modelo del proceso y la fase del punto B, por ejemplo porque se ha especificado el margen de fase o el margen de ganancia, ¿cuál es el rango de frecuencias para el que existe solución con un controlador PI, PD o PID?

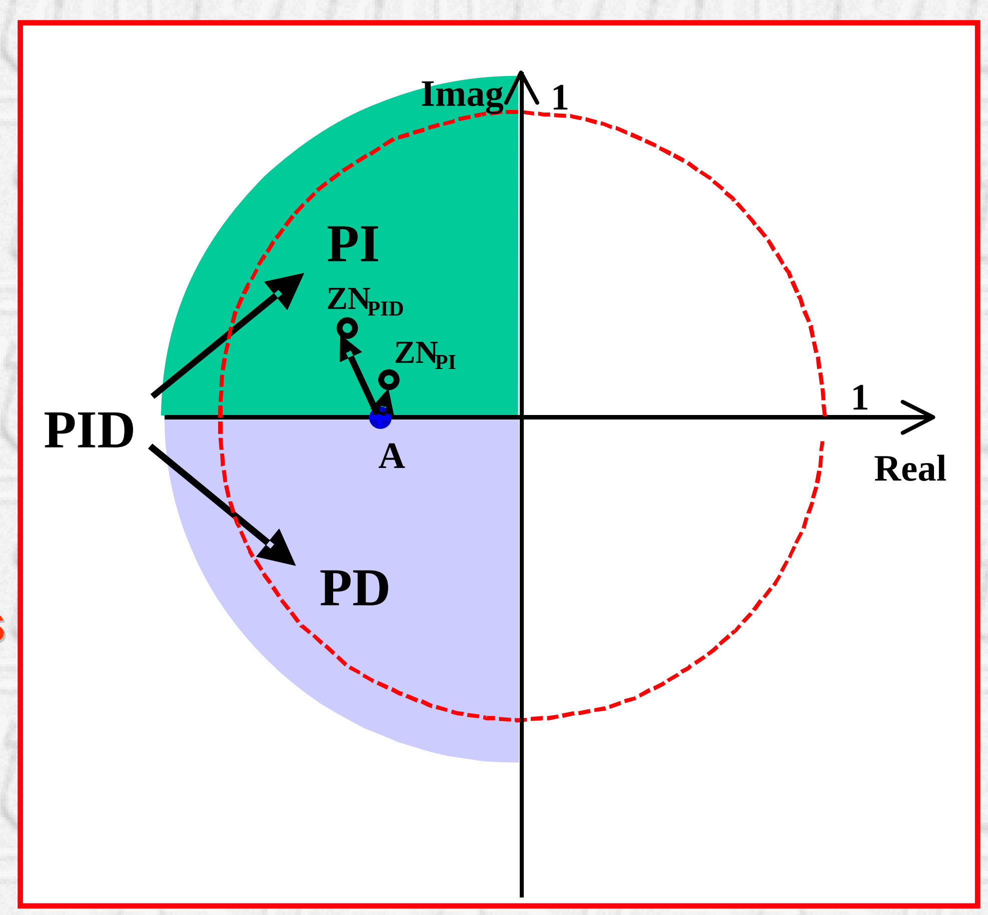
Caso 3: Conocido el rango de frecuencias para el que existe solución con un controlador PI o PID, ¿qué valor, dentro de ese rango, se debe elegir como frecuencia de diseño?

2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Se conoce un punto A situado en el eje real
¿Cuáles son los posibles puntos destino B?

Solución :
Depende del controlador

Caso particular :
Fórmulas de Ziegler y Nichols

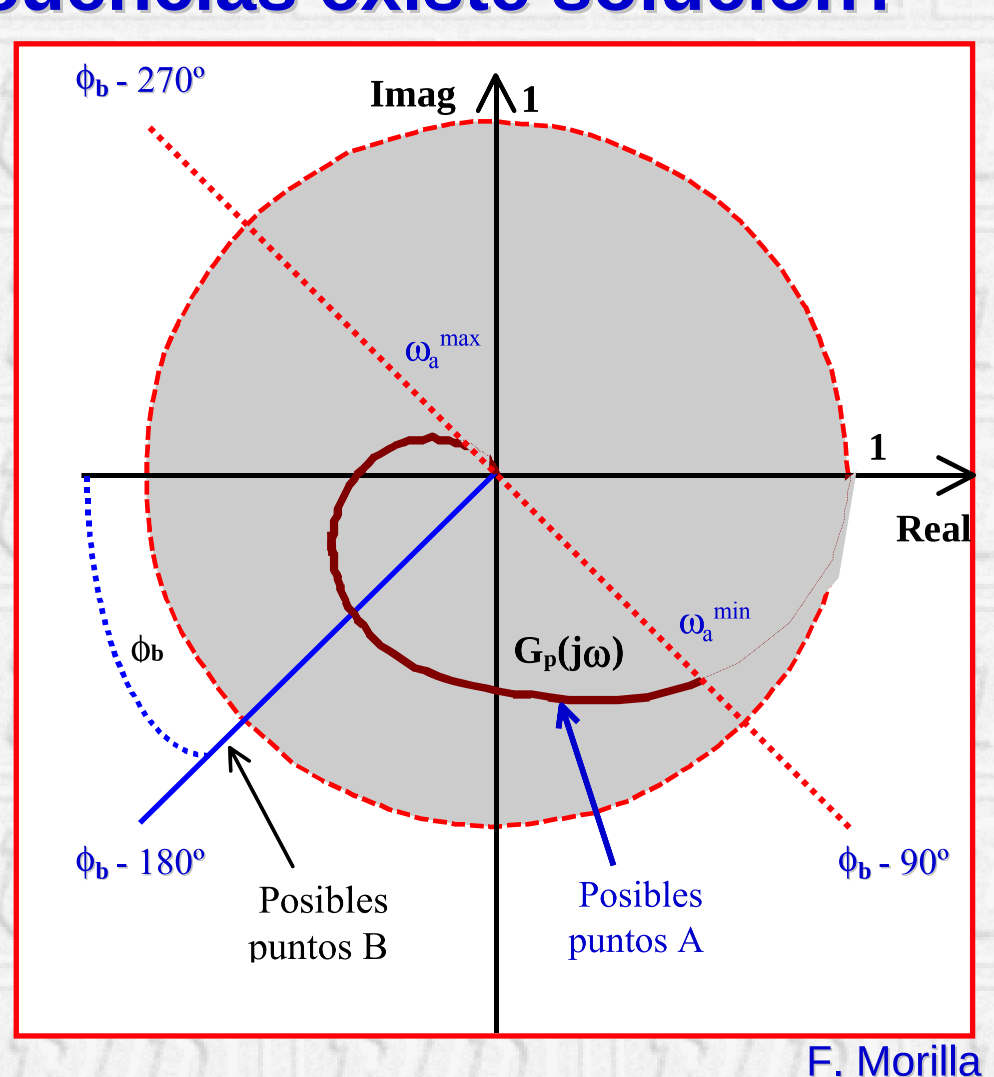


2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Se conoce el modelo del proceso y se ha elegido B
¿En qué rango de frecuencias existe solución?

Solución :
Depende del controlador

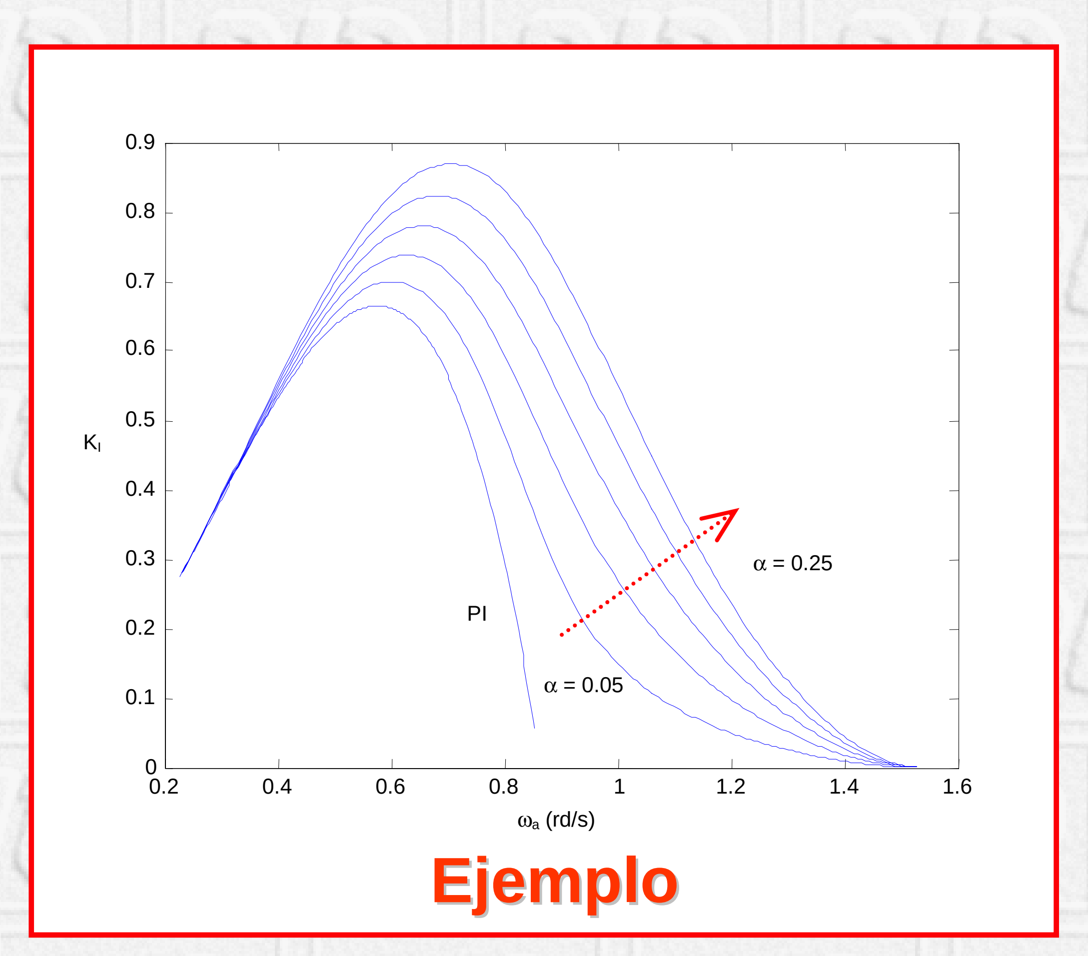
Caso particular PID



2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Se conoce el rango de frecuencias en el que existe solución, ¿qué frecuencia de diseño se debe elegir?

Para ajustes PI y PID es normal elegir aquella frecuencia de diseño que permite conseguir la máxima ganancia integral. El motivo es que al maximizar K_I se está minimizando la integral de error (IE) frente a cambios en la carga.



2 Ajuste en el dominio de la frecuencia



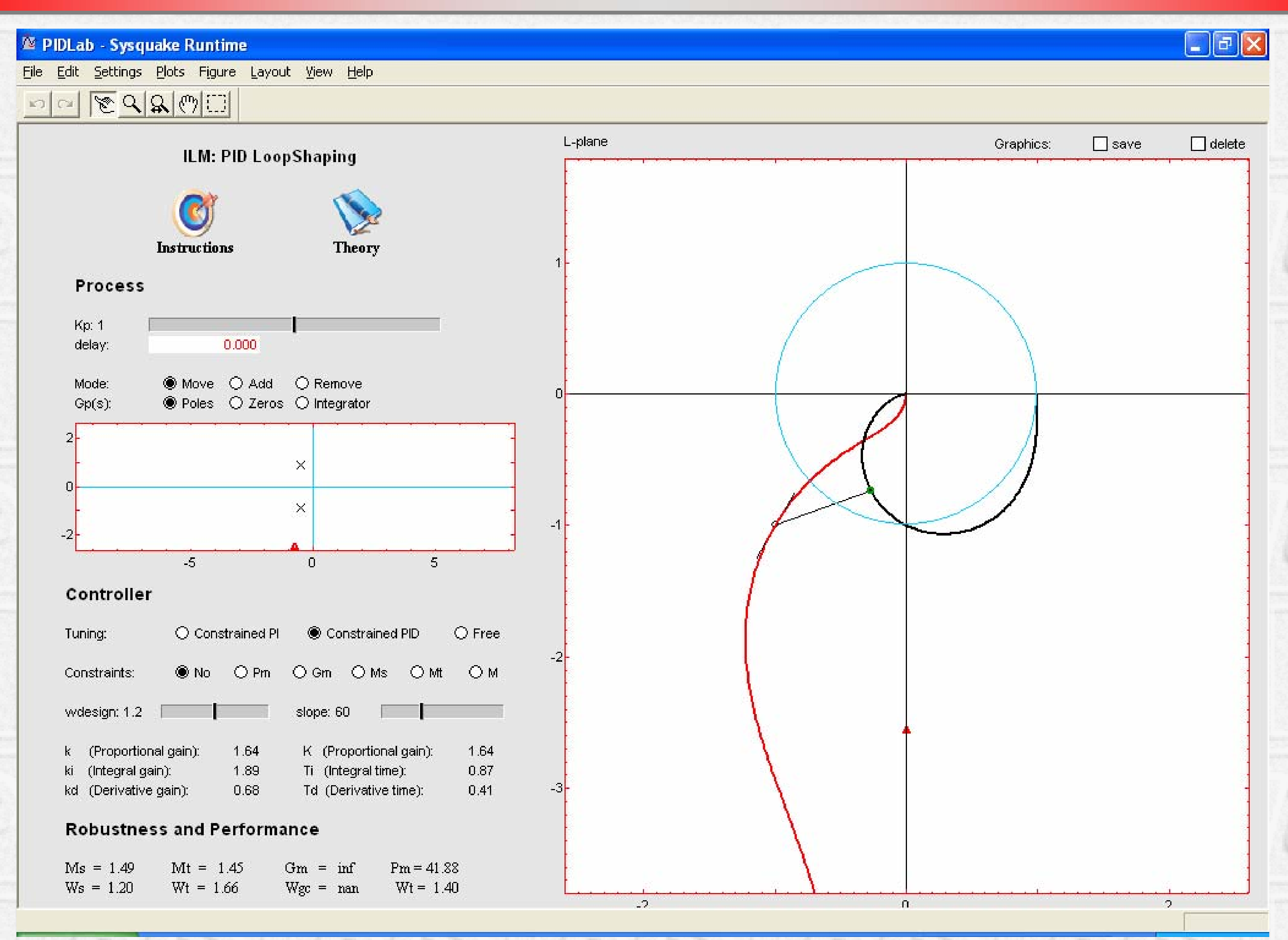
Ejemplo con SISO (herramienta en Matlab)

F. Morilla

PIDLoopShaping (1/2)

- El tercer módulo del ILM (Interactive Learning Modules) Project
  - J.L. Guzmán (U. Almería), S. Dormido (UNED), K.J. Aström (Lund Institute, Sweden) y T. Hägglund
- Complemento al libro "Advanced PID Control" de Aström y Hägglund, 2005
- En evaluación (invitación personal de los autores) desde diciembre de 2005
- Manual de usuario y ejecutable disponible en el curso virtual
- Desarrollado en Sysquake 3 (www.calerga.com)

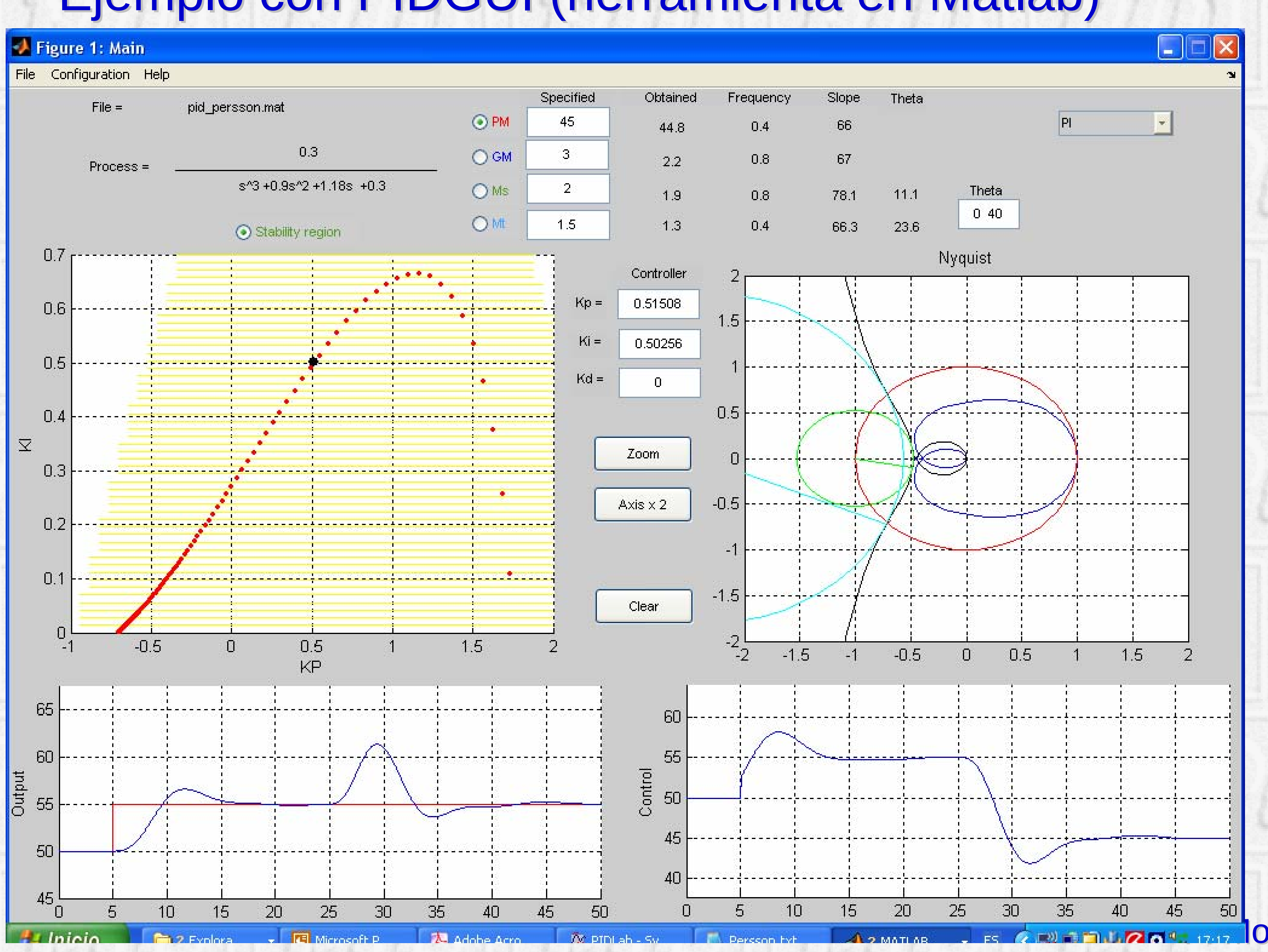
PIDLoopShaping (1/2)



F. Morilla

2 Ajuste en el dominio de la frecuencia

Ejemplo con PIDGUI (herramienta en Matlab)



3 Ajuste combinado por MF y MG

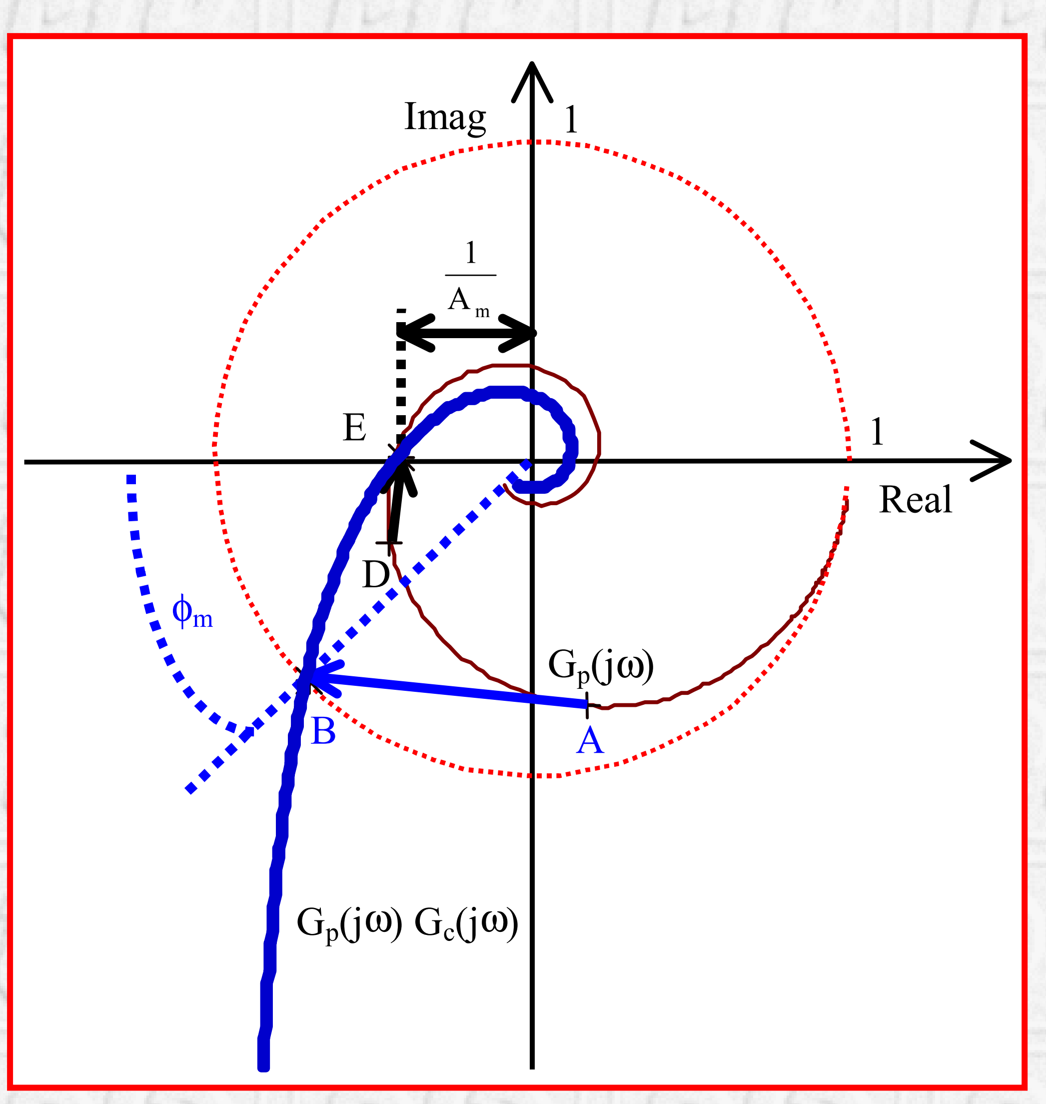
Dados:

A (origen) y B (destino) MF

D (origen) y E (destino) MG

¿Qué parámetros de control permiten simultáneamente

A → B y D → E ?



Metodología para este tipo de ajuste (Morilla y Dormido, 2000)

F. Morilla

3 Ajuste combinado por MF y MG

- Posible si existe una pareja de frecuencias (ω_a,ω_d)

$$\frac{\cos\left(\phi_m - \phi_a\right)}{r_a} = \frac{\cos\left(-\phi_d\right)}{A_m\ r_d}$$

$$\frac{1}{\omega_a}\left(tg\left(\phi_m - \phi_a\right) + \sqrt{4\alpha + tg^2\left(\phi_m - \phi_a\right)}\right) = \frac{1}{\omega_d}\left(tg\left(-\phi_d\right) + \sqrt{4\alpha + tg^2\left(-\phi_d\right)}\right)$$

- Parámetros de control (K_P, T_I y T_D) por MF a ω_a o por MG a ω_d

3 Ajuste combinado por MF y MG

Ajuste combinado por margen de fase y margen de ganancia

Ventajas:

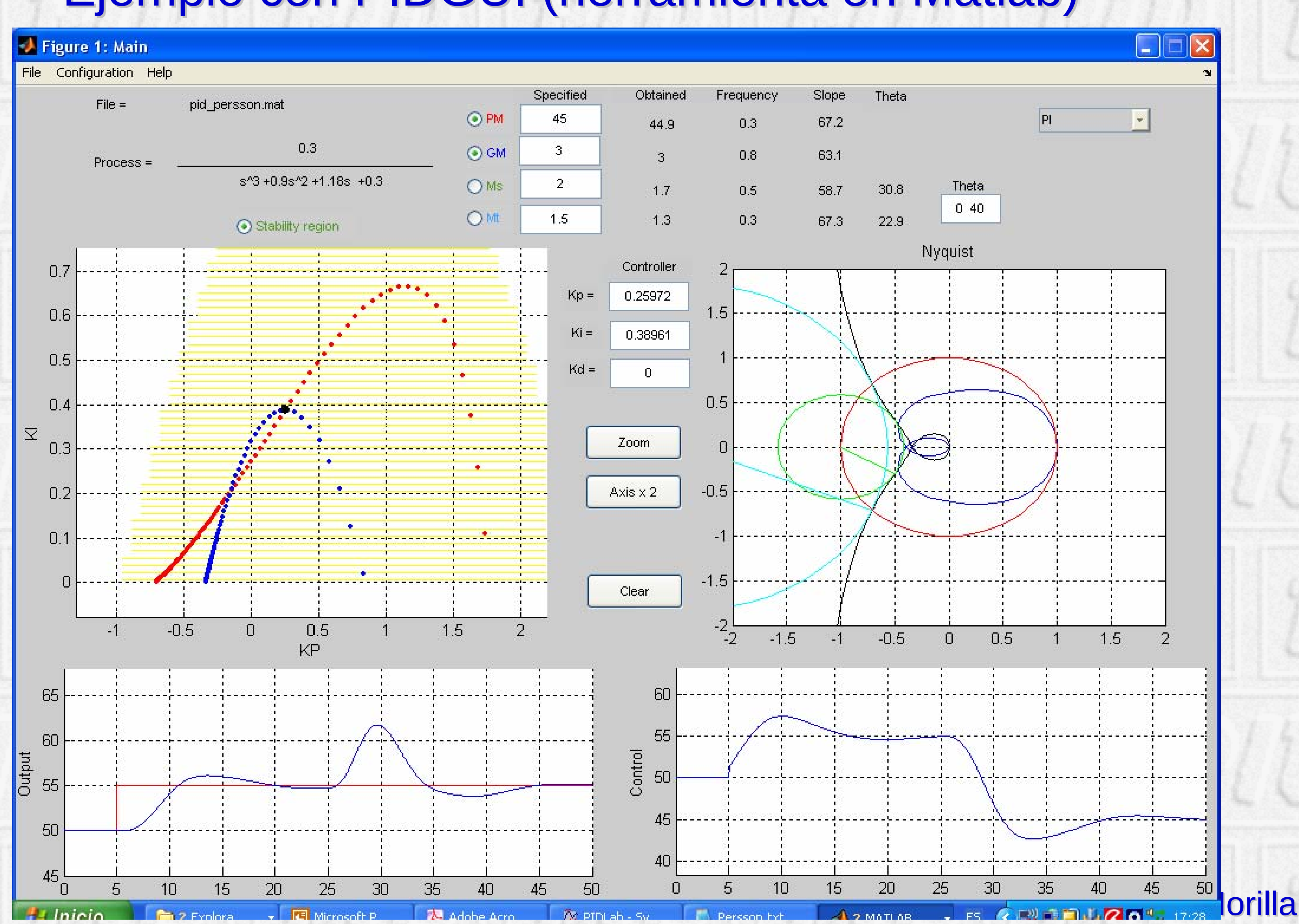
- **Garantiza estabilidad**
- **Desaparece el grado de libertad en frecuencia**
- **Permanece el grado de libertad en T_D/T_I**

Desventajas:

- **La solución puede no existir**
- **La solución no es inmediata (sist. de ecuaciones no lineales)**
- **Se recomienda recurrir a la solución gráfica**

3 Ajuste combinado por MF y MG

Ejemplo con PIDGUI (herramienta en Matlab)



4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Dados:

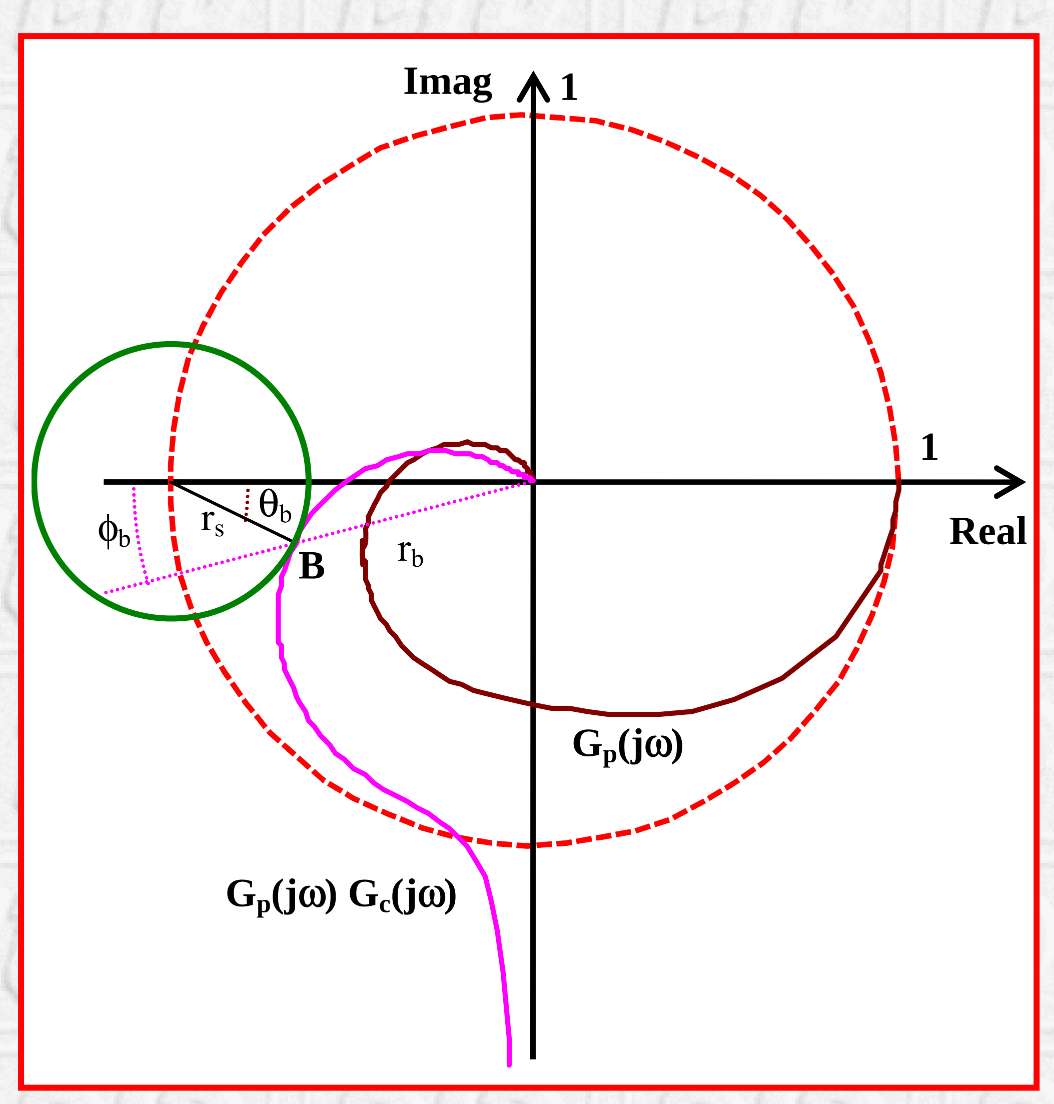
A (origen) y B (destino) del círculo M_s

¿Qué parámetros de control permiten simultáneamente

A → B y que $G_p(j\omega)G_c(j\omega)$ no invada al círculo M_s?

Metodología para este tipo de ajuste (Dormido y Morilla, 2004)

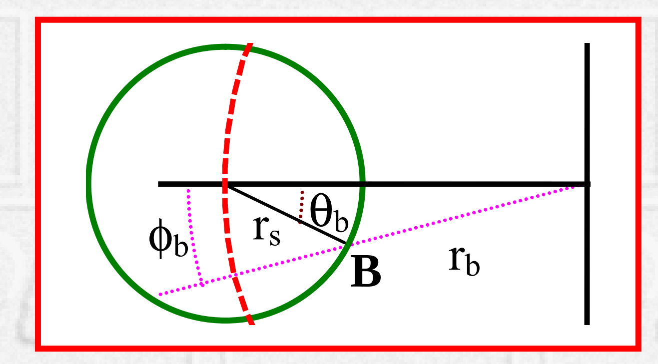
Justificación: con una sola especificación M_s, se imponen restricciones al MF y al MG.



F. Morilla

4 Ajuste por máximo de sensibilidad

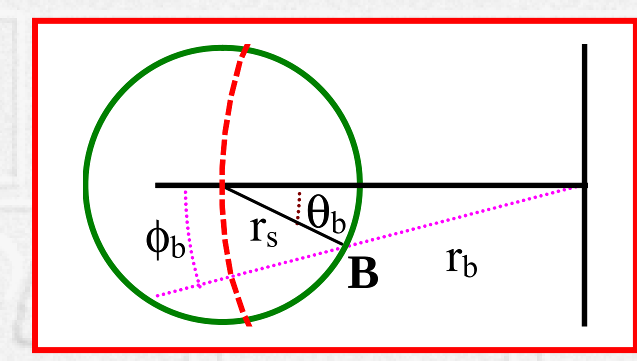
Dormido y Morilla (2004)



- **Fijar B especificando su posición relativa θ_b (0º a 45º) en el círculo de radio $r_s=1/M_s$ y centro (-1,0)**
- **Convertir a coordenadas r_b y ϕ_b**
- **Aplicar el procedimiento general de ajuste A $\rightarrow$ B para el rango de frecuencias de interés**
- **Evaluar la condición de tangencia de todas las soluciones**
- **Elegir la frecuencia de diseño ω_a que minimiza la condición de tangencia**

4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Dormido y Morilla (2004)



- **Conversión a coordenadas r_b y ϕ_b**

$$\phi_b = \operatorname{atan} \frac{r_s \operatorname{sen} \theta_b}{1 - r_s \cos \theta_b}$$

$$r_b = \frac{r_s \operatorname{sen} \theta_b}{\operatorname{sen} \phi_b}$$

- **En la condición de tangencia intervienen las derivadas de r_b y ϕ_b respecto a la frecuencia**

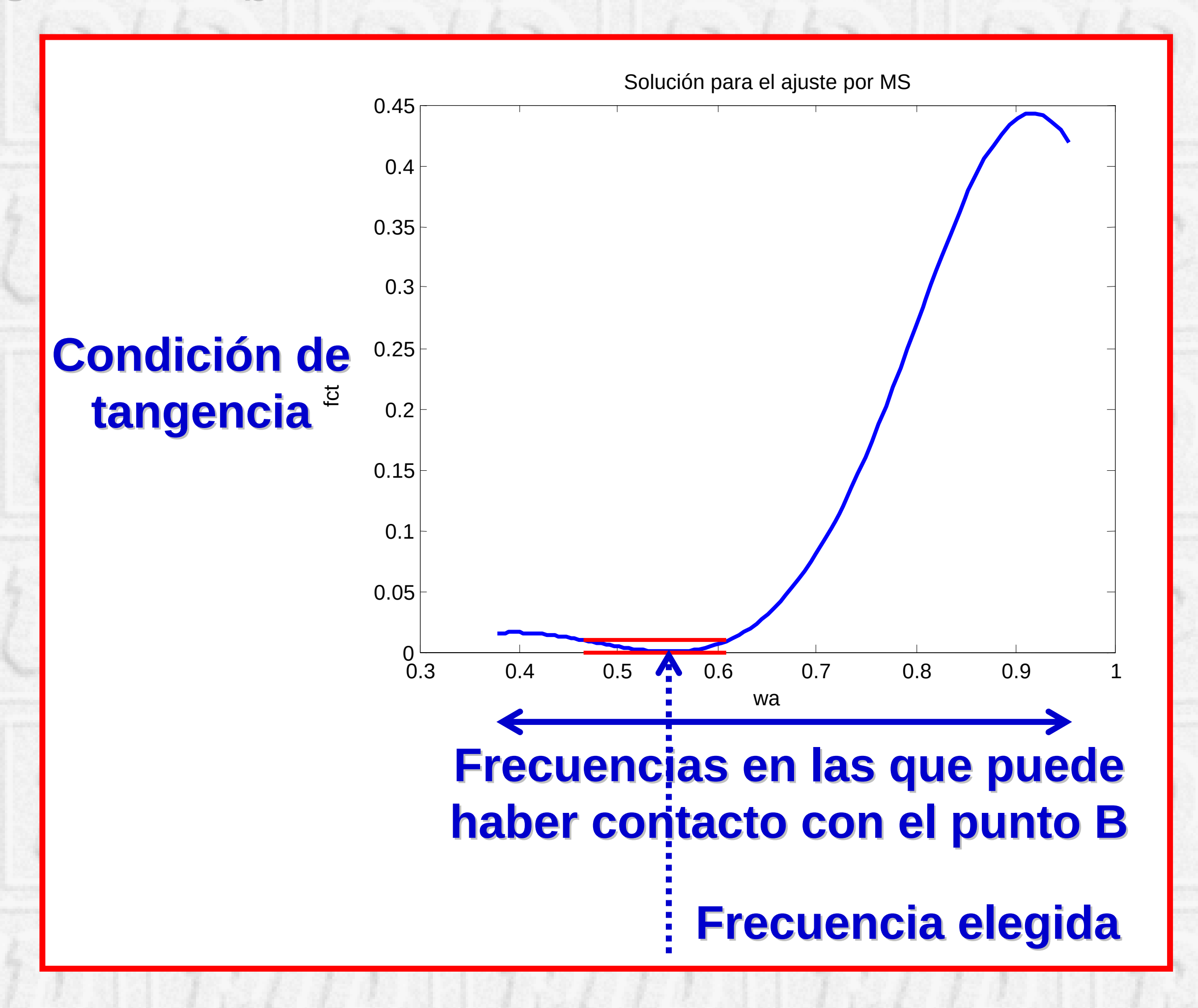
$$r_b\, r'_b - r'_b \cos \phi_b + r_b\, \phi'_b \operatorname{sen} \phi_b = 0$$

……………… ver desarrollo completo en el documento

4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Ejemplo de ajuste PI para M_s=2 y θ_b=30º

$$G(s) = \frac{0.3}{(s + 0.3)\left(s^2 + 0.6\,s + 1\right)}$$

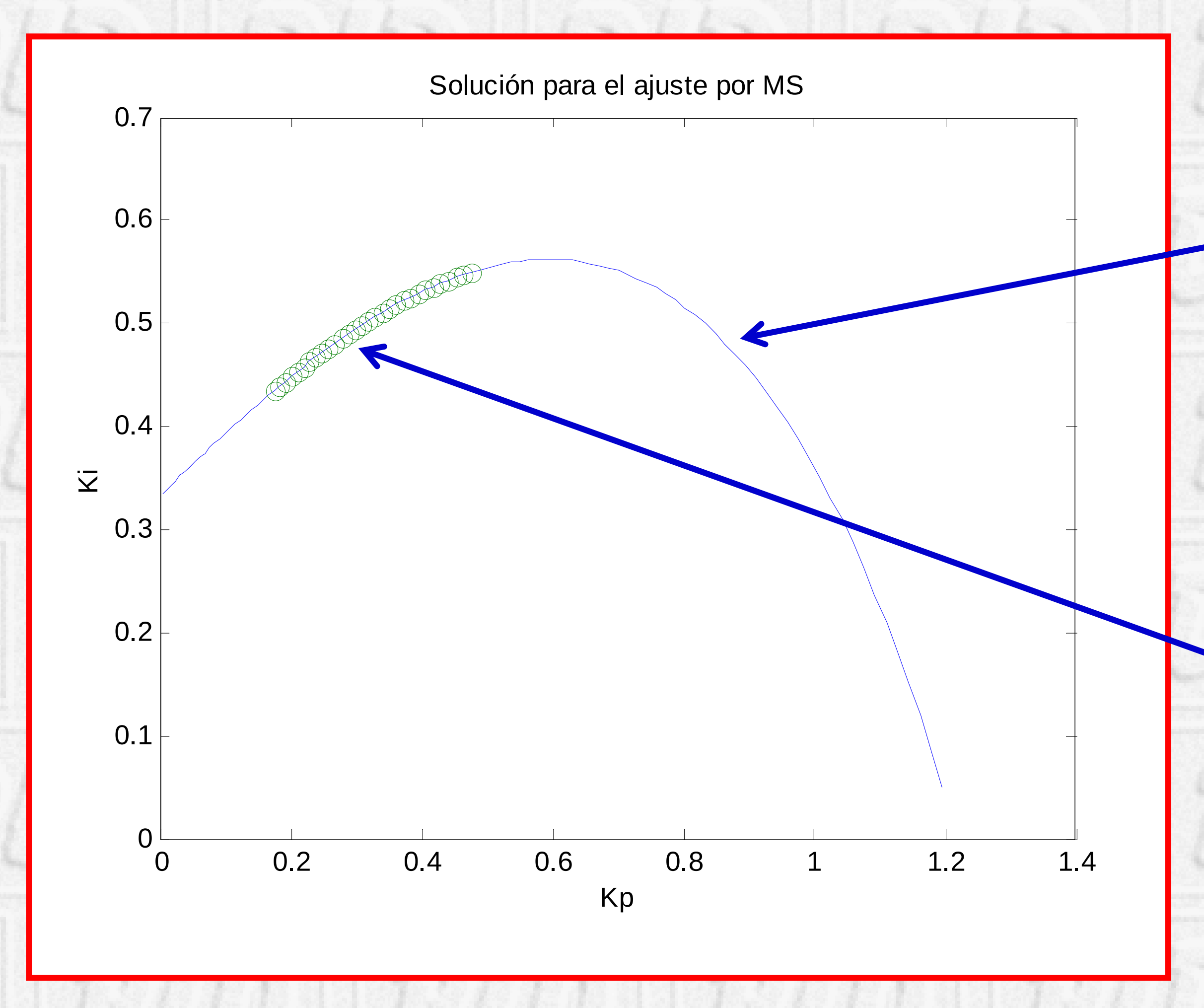


F. Morilla

4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Ejemplo de ajuste PI para M_s=2 y θ_b=30º

$$G(s) = \frac{0.3}{(s + 0.3)\left(s^2 + 0.6\,s + 1\right)}$$



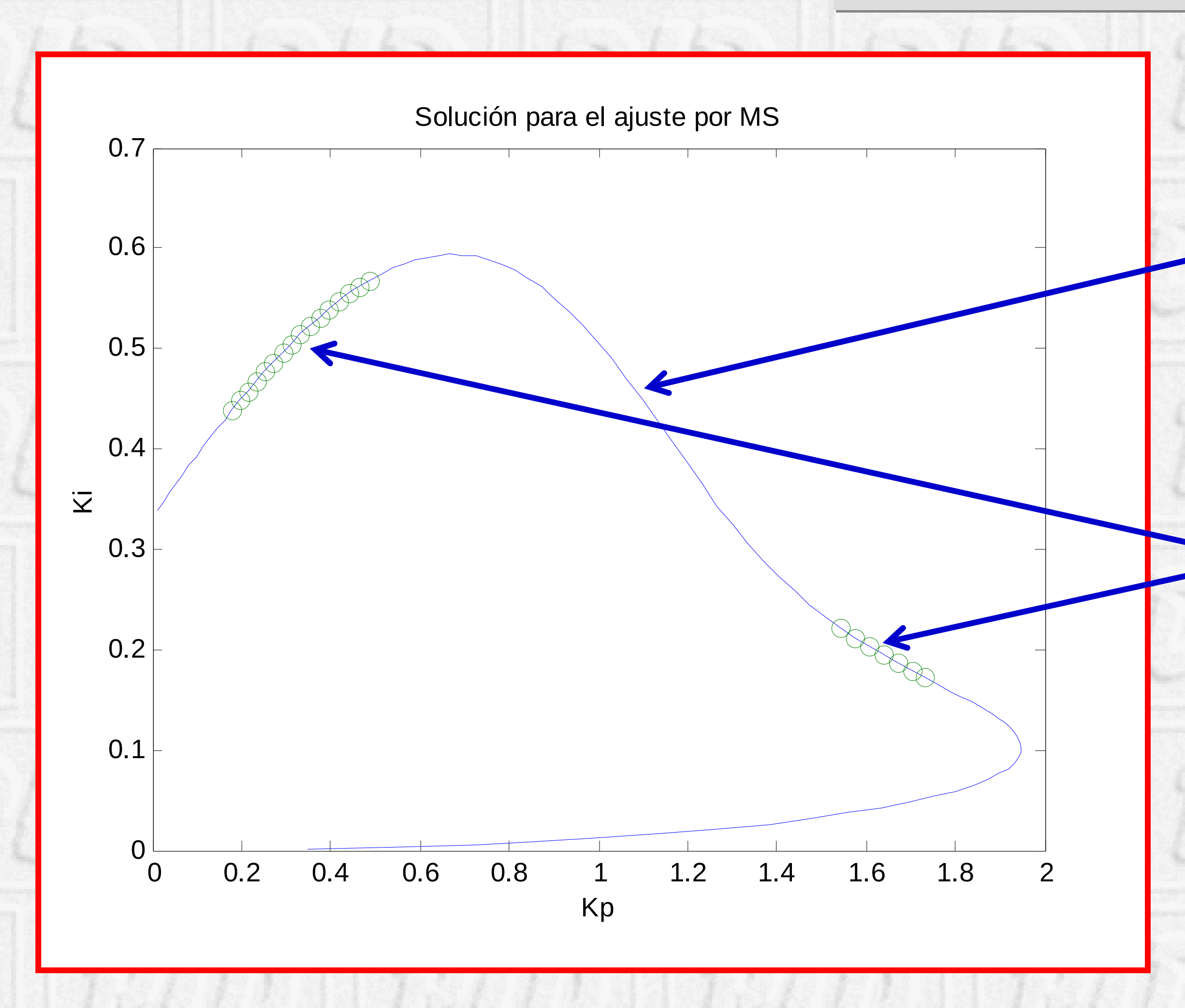
Parejas (K_P,K_I) que puede producir contacto con el punto B

Parejas (K_P,K_I) que garantizan condición de tangencia dentro de la tolerancia exigida

4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Ejemplo de ajuste PID
(T_D/T_I=0.1) para M_s=2 y θ_b=30º

$$G(s) = \frac{0.3}{(s + 0.3)\left(s^2 + 0.6\,s + 1\right)}$$



Parejas (K_P,K_I) que puede producir contacto con el punto B

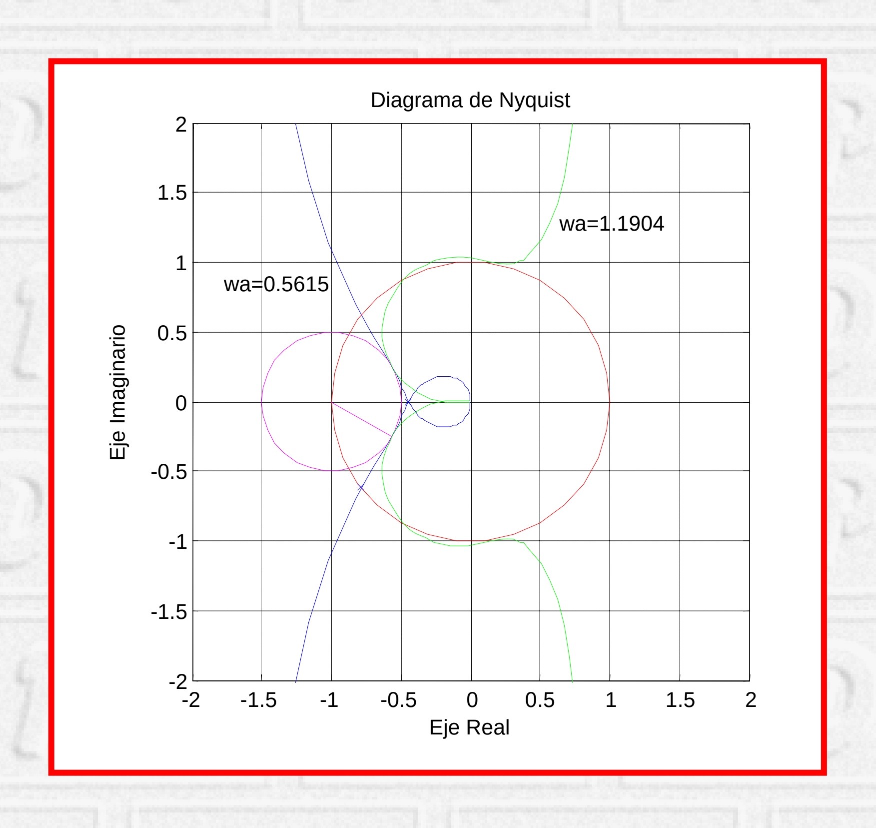
Parejas (K_P,K_I) que garantizan condición de tangencia dentro de la tolerancia exigida

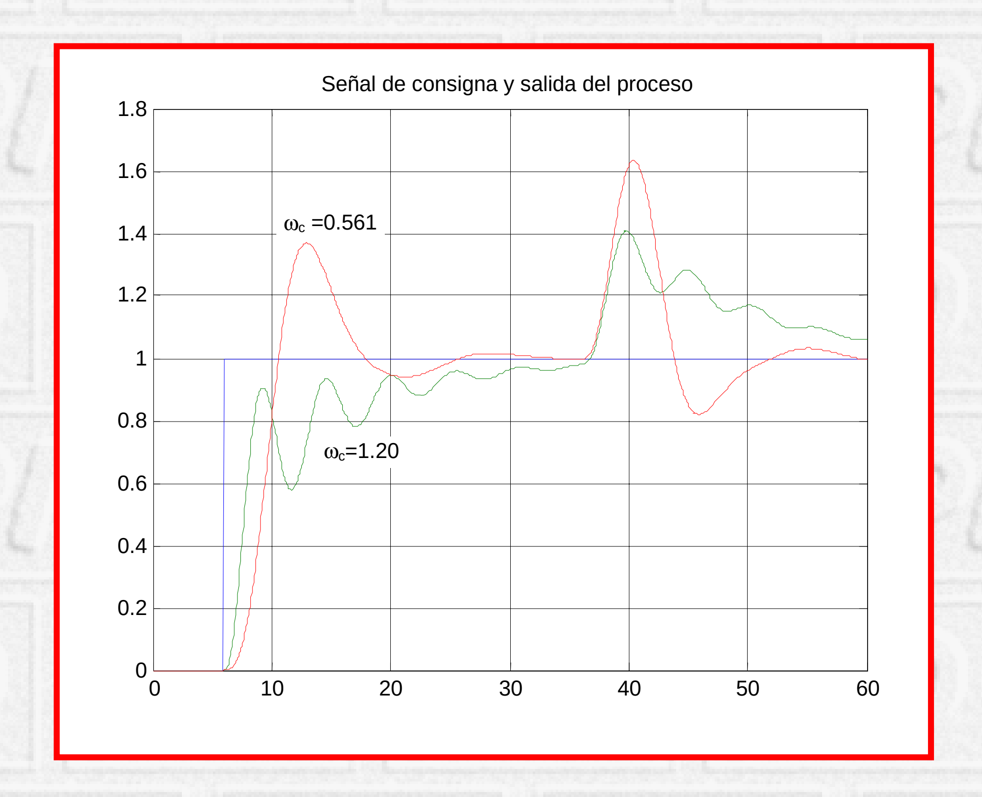
4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Ejemplo de ajuste PID
(T_D/T_I=0.1) para M_s=2 y θ_b=30º

$$G(s) = \frac{0.3}{(s + 0.3)\left(s^2 + 0.6\,s + 1\right)}$$

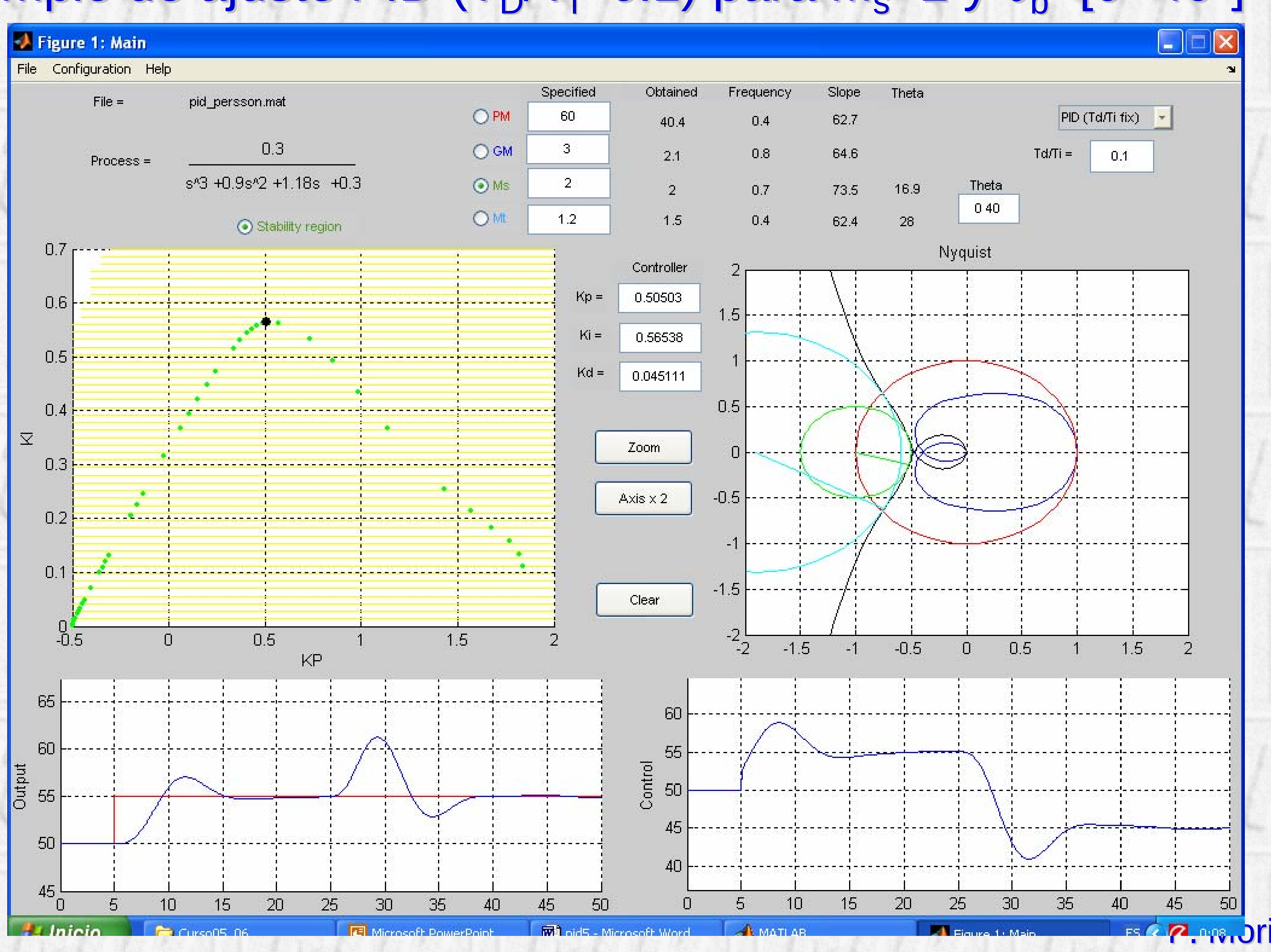
¿qué solución es mejor?





4 Ajuste por máximo de sensibilidad

Ejemplo de ajuste PID (T_D/T_I=0.1) para M_s=2 y θ_b=[0º 40º]



P. Morilla

4 Ajuste con acciones independientes

Sin imponer relaciones entre los parámetros de control y sin restricciones en sus signos.

Controladores PID paralelos

$$G_C(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D\, s$$

Cálculo de parámetros

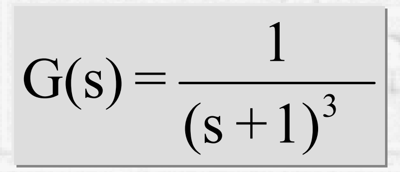
$$K_P = \frac{r_b \cos\left(\phi_b - \phi_a\right)}{r_a}$$

$$\omega_a\, K_D - \frac{K_I}{\omega_a} = \frac{r_b \operatorname{sen}\left(\phi_b - \phi_a\right)}{r_a}$$

Pero añadiendo una condición geométrica (por ejemplo la pendiente en el punto B) a la respuesta en frecuencia que aporte una nueva expresión preferiblemente entre K_I y K_D.

4 Ajuste con acciones independientes

Ejemplo con PIDLoopShaping (MG=2, con pendiente 90º).



$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

PIDLab - Sysquake Runtime

File Edit Settings Plots Figure Layout View Help

ILM: PID LoopShaping

Instructions Theory

Process

Kp: 1

n: 3

Controller

Tuning: Constrained PI, Constrained PID (selected), Free

Constraints: No, Pm, Gm (selected), Ms, Mt, M

wdesign: 0.44 slope: 90

k	(Proportional gain):	-0.21	K	(Proportional gain):	-0.21
ki	(Integral gain):	0.06	Ti	(Integral time):	-3.24
kd	(Derivative gain):	-1.08	Td	(Derivative time):	5.26

Robustness and Performance

Ms = 2.00	Mt = 1.00	Gm = 2.00	Pm = 66.31
Ws = 0.08	Wt = 0.44	Wgc = 0.44	Wt = 0.07

L-plane Graphics: save delete

Se observa:

$K_P < 0$

$K_I > 0$

$K_D < 0$

F. Morilla

5 Ejemplo: intercambiador de calor

- Repaso al modelo obtenido en lazo abierto y a los ajustes empíricos
- Utilizar un modelo del proceso (aunque sea simple)
- Elegir el controlador PI o PID (con α acotado o fijo)
- Utilizar como especificación el MF o el MG
- Incorporar elección automática de la frecuencia de diseño (y de α)
- Probar a combinar MF y MG
- Probar ajuste por M_s

Estimación en lazo abierto

Ejemplo: Intercambiador de calor (Cap. 7)

Característica al 28.3%

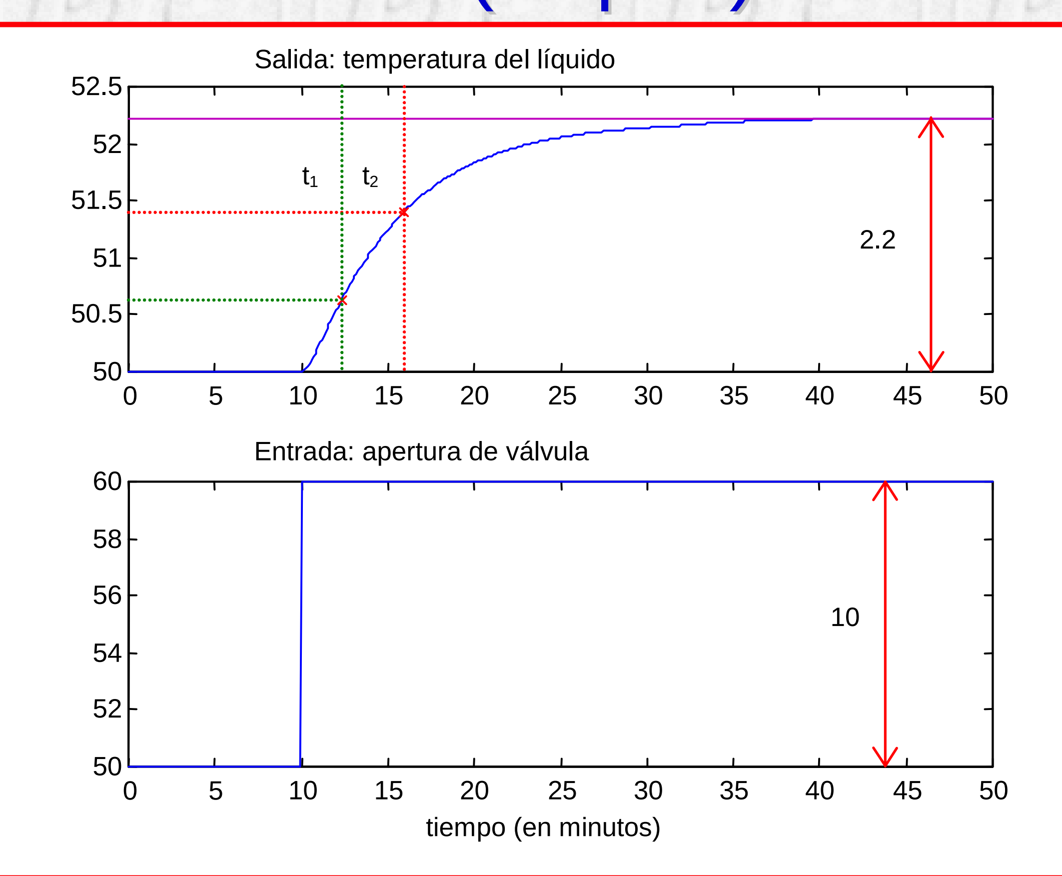
$50 + 0.283\,(52.22 - 50) \cong 50.63$

$t_1 \cong 12.32$ min

Característica al 63.2%

$50 + 0.632\,(52.22 - 50) \cong 51.40$

$t_2 \cong 15.96$ min



$$K = \frac{\text{cambio en la temperatura}}{\text{cambio en la apertura}} = \frac{52.22 - 50}{60 - 50} = 0.22$$

$T_p \cong 5.45$ min $\quad T_o \cong 0.51$ min

Fórmulas de sintonía

¿Ajustes para el intercambiador de calor?

Características del proceso:

Respuesta monótona creciente
(K=0.22, T_p=5.45, T_o=0.51)
"Fácil" de controlar

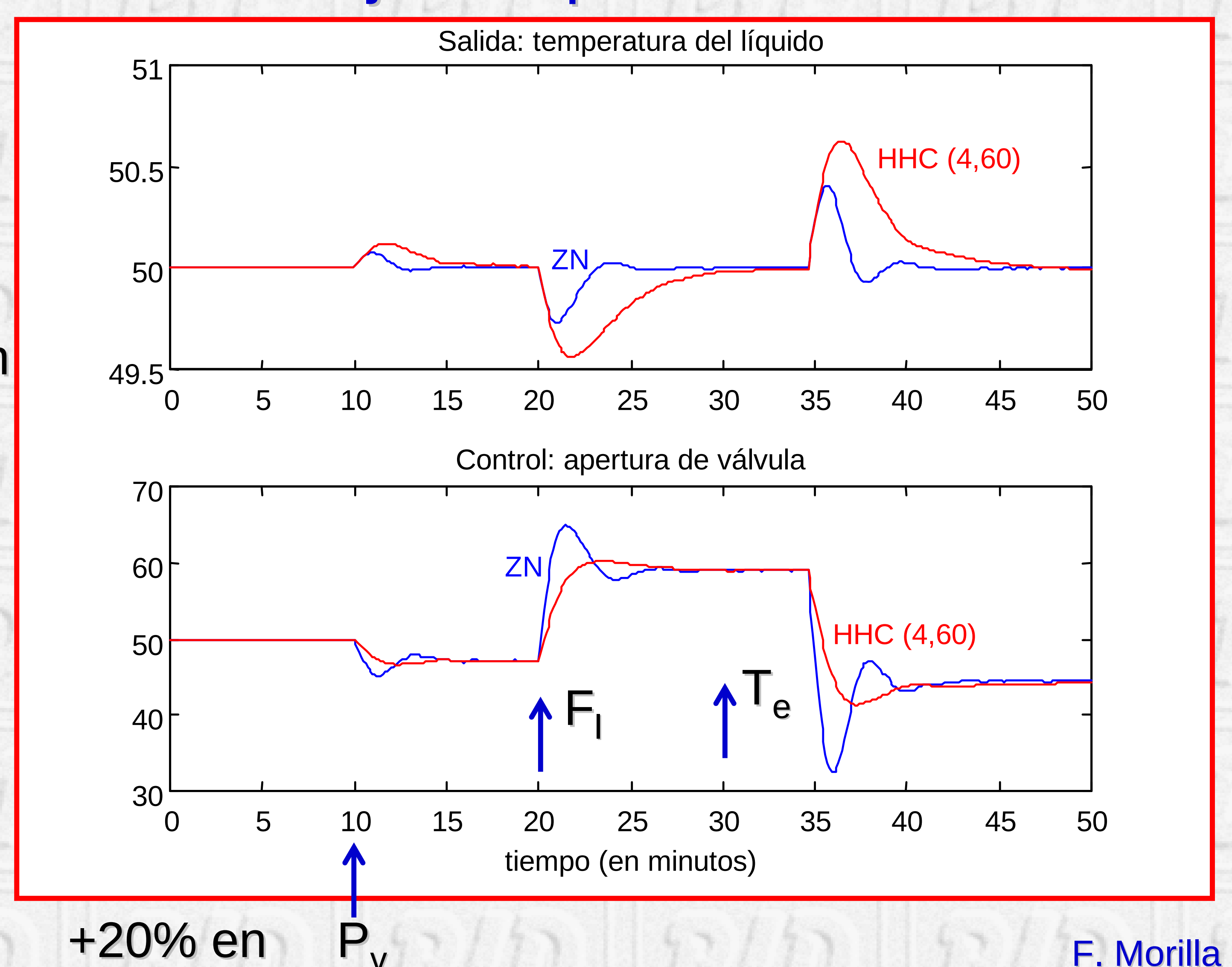
No se pueden emplear todas las fórmulas de sintonía.

	Fórmula	Especificaciones	K_P	T_I	T_D
PI	ZNla		43.7	1.7	0
PI	HAH		7.5	2.2	0
PI	MITAE	consigna	23.3	5.4	0
PI	HHC	ϕ_m=60 y A_m=4	18.7	3.2	0
PI	AMIGO		13.9	3.2	0

Fórmulas de sintonía

Resultados de los ajustes para el intercambiador

PI continuo
En regulación

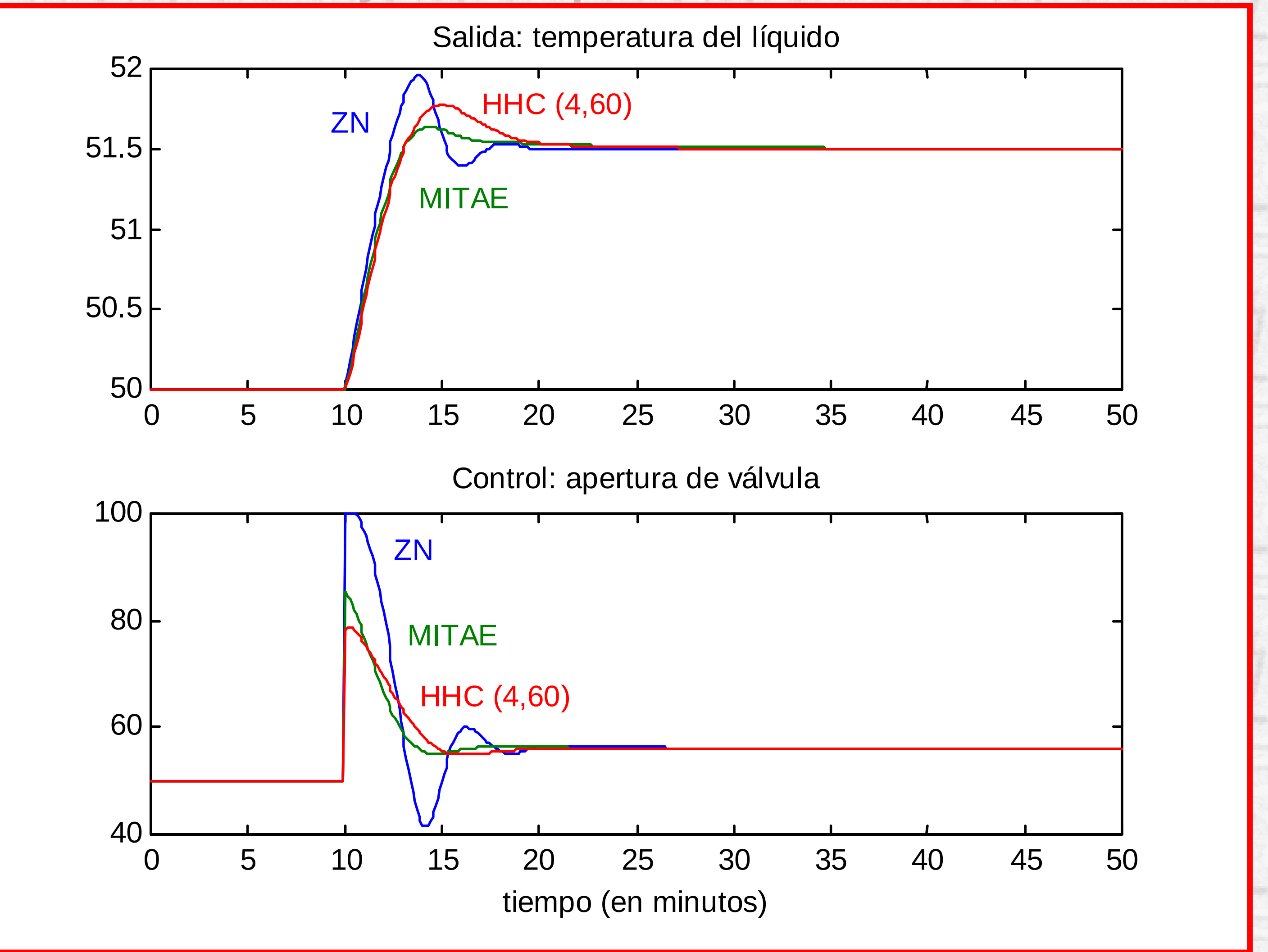


F. Morilla

Fórmulas de sintonía

Resultados de los ajustes para el intercambiador

PI continuo
En servo



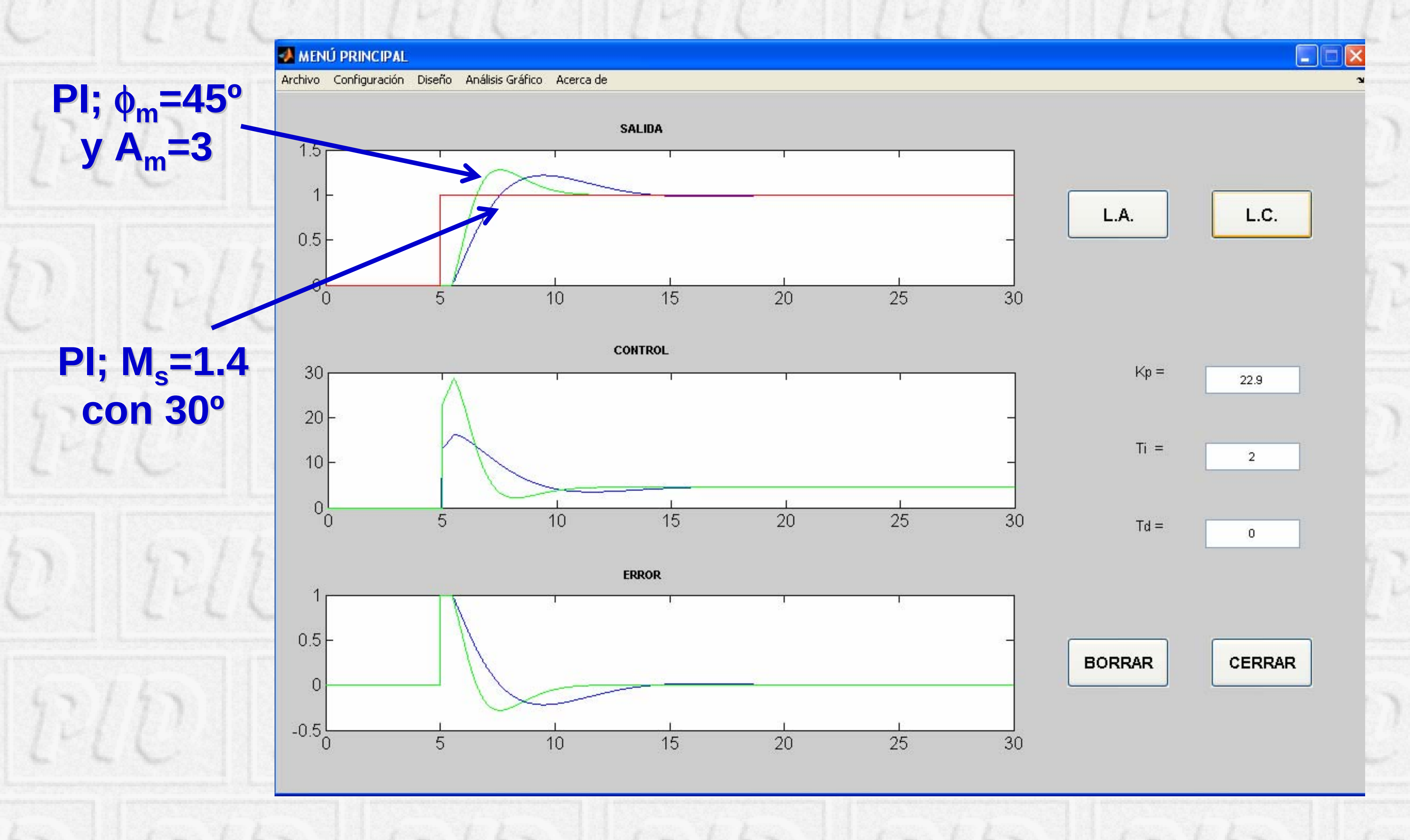
Ajustes en frecuencia

Para el intercambiador de calor

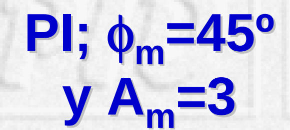
$$G(s) = \frac{0.22}{(5.45\,s + 1)} e^{-0.51\,s}$$

	Ajuste	Especificaciones	K_P	T_I	T_D
PI	MF y MG	45º y 3	22.9	2.0	0
PI	MF y MG	60º y 4	18.4	3.3	0
PID	MF y MG	45º y 3	30.3	1.6	0.16
PID	MF y MG	60º y 4	20.2	2.4	0.24
PI	M_s	1.4 con 30º	12.9	2.0	0
PID	M_s	1.4 con 30º	21.5	1.7	0.17

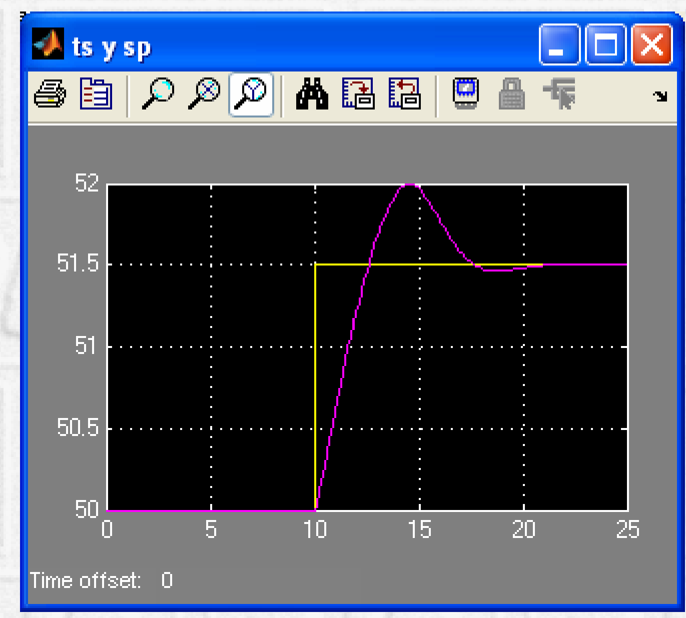
Pruebas con el modelo lineal del intercambiador

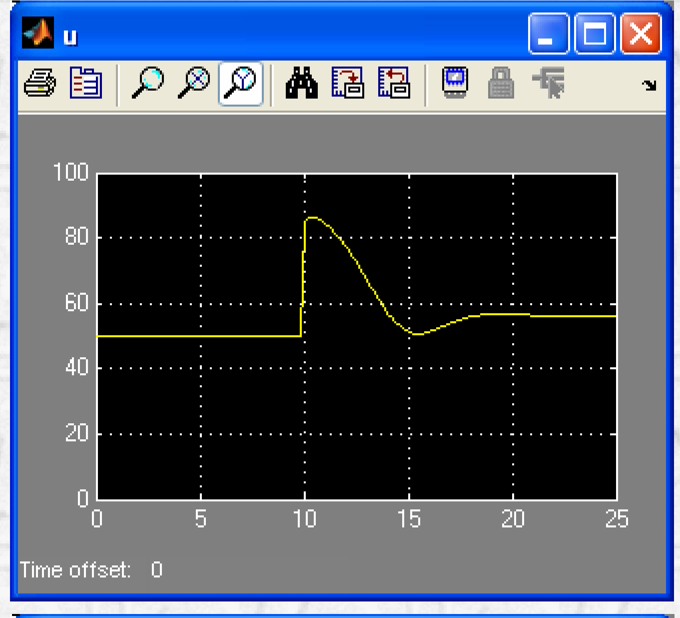


Pruebas con el modelo Simulink del intercambiador

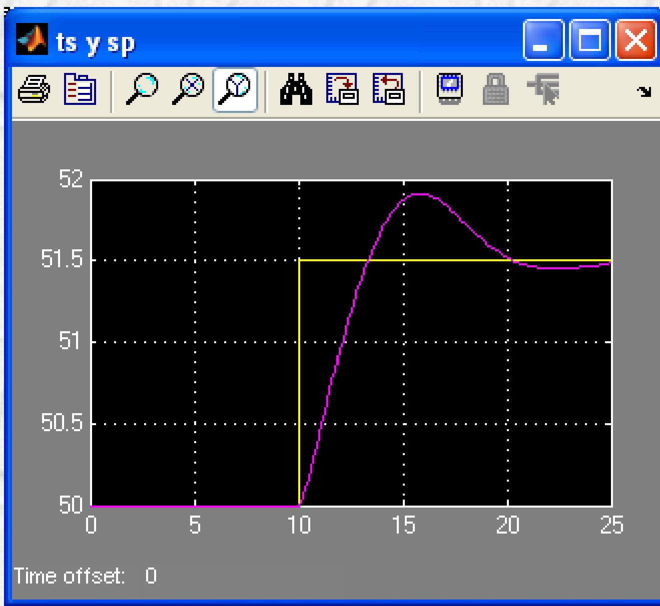


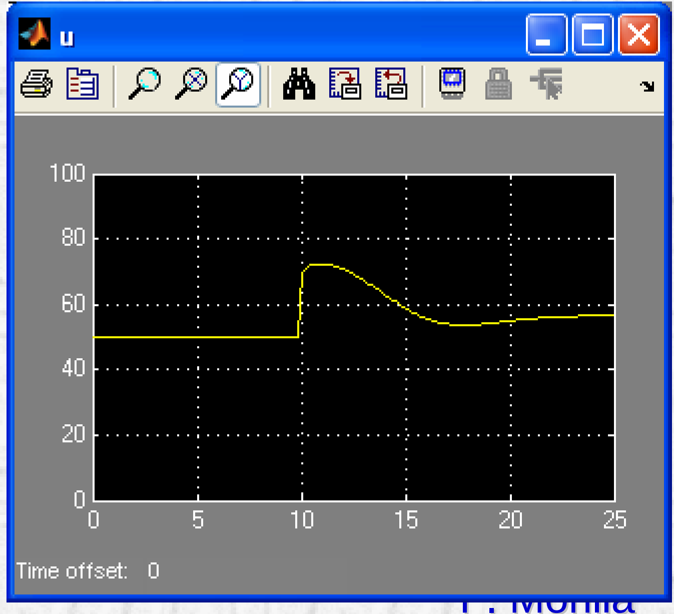
PI; ϕ_m=45º y A_m=3



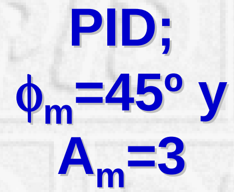


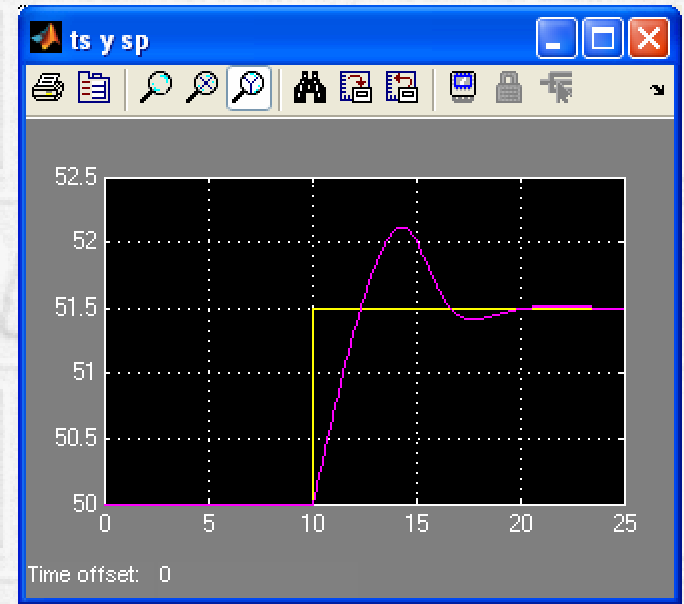
PI; M_s=1.4 con 30º

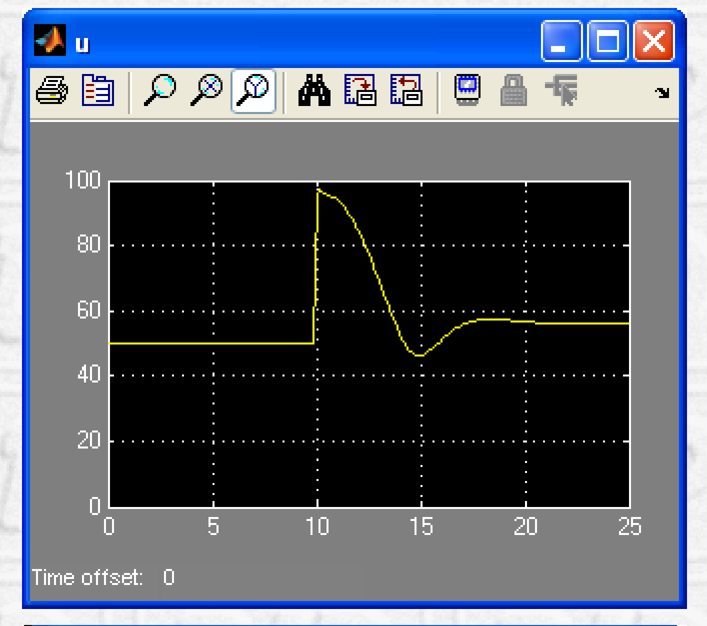




Pruebas con el modelo Simulink del intercambiador







PID; Ms=1.4 con 30º

